

یک روش جدید برای تعیین درجه انطباق در استنتاج فازی

حسین علیزاده و ناصر مزینی

دانشکده مهندسی کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران

ho_alizadeh@comp.iust.ac.ir*, mozayani@iust.ac.ir

چکیده - یکی از مراحل عملیات موتورهای استنتاج فازی تعیین درجه انطباق بین ورودی فازی و قسمت متناظر شرط قاعده می باشد. برای این امر غالباً از روش متداول $Max Min$ استفاده می شود. در این مقاله این روش مورد بررسی بیشتر قرار گرفته و برخی نقاط ضعف آن تشریح گردیده است. به علاوه یک روش جدید و مکمل برای تعیین درجه انطباق ارائه شده است که آن را درجه انطباق مساحت نامگذاری کرده ایم. ایده اصلی برای تعیین درجه انطباق مساحت استفاده از مساحت ناحیه اشتراکی بین ورودی فازی و بخش متناظر در شرط قاعده است. از مهم ترین ویژگی های درجه انطباق مساحت قابلیت تطبیق پذیری آن با تغییر شکل ورودی می باشد. ایده مطرح شده در این مقاله برای استفاده از یک روش تطبیقی برای تعیین درجه انطباق مساحت، عمومیت داشته و بر اساس این ایده پیشنهادات مختلفی برای کاربردهای مورد نظر می توان مطرح نمود. همچنین درجه انطباق مساحت برای حالتی که ورودی فازی از نوع مثلثی متساوی الساقین باشد، محاسبه شده است و با ارائه دو پیشنهاد نشان داده ایم که کارآیی موتور استنتاج می تواند بهبود یابد.

کلید واژه - درجه انطباق مساحت، موتور استنتاج فازی، ورودی فازی.

۱- مقدمه

استفاده می شود که در بخش ۲ به تشریح خود روش و معایب آن پرداخته خواهد شد. در این مقاله یک روش تطبیقی^۵ برای تعیین درجه انطباق پیشنهاد شده است که آن را درجه انطباق مساحت^۶ (SMD) نامگذاری کرده ایم. در ادامه در بخش ۳ به معرفی این روش جدید برای تعیین درجه انطباق مساحت خواهیم پرداخت. در نهایت در بخش ۴ به یک جمع بندی خواهیم رسید.

۲- بررسی روش متداول استنتاج فازی

اگر قسمت شرط قاعده را برابر با $A(x)$ در نظر بگیریم و ورودی یک ترم فازی برابر $A'(x)$ باشد، درجه انطباق از رابطه (۱) به دست خواهد آمد [7,8,9]:

معمولاً دو روش برای نتیجه گیری از روی یک مجموعه قواعد وجود دارد: یکی استنتاج مبتنی بر ترکیب قواعد و دیگری استنتاج مبتنی بر قواعد جداگانه می باشد [1,2,3]. به طور کلی در استنتاج مبتنی بر قواعد جداگانه عملیات شامل سه بخش اصلی می باشد: بخش اول شامل تعیین درجه انطباق ورودی با بخش شرطی قاعده^۱ است. بخش دوم شامل محاسبه پیامد قاعده^۲ می باشد و بخش سوم، جمع کردن^۳ پیامدهای قاعده به مجموعه فازی عمل کنترلی^۴ است [4,5]. برای مرحله اول این عملیات که تعیین درجه انطباق می باشد، معمولاً از یک روش متداول [1,5,6]

¹ Antecedent of rule

² Consequence of rule

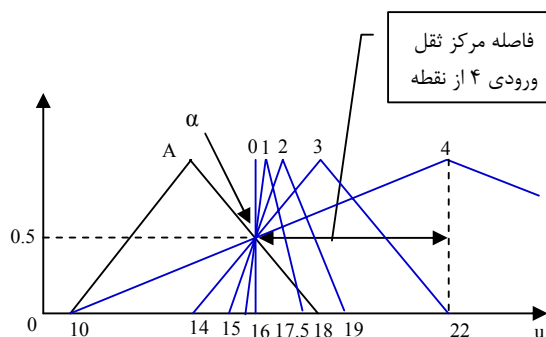
³ Aggregation

⁴ Control action

⁵ Adaptive

⁶ Surface Matching Degree

$$\alpha = \max_x \min_x \{\mu_{A(x)}, \mu_{A'(x)}\} \quad (1)$$



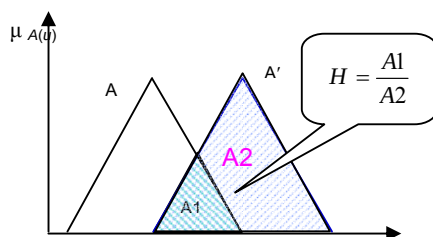
شکل ۱: معایب روش معمول

شکل ۱ را در نظر بگیرید و فرض کنید که ترم فازی A بخش شرط قاعده باشد و خط ۰ ورودی قطعی و ترم‌های مثلثی ۱ تا ۴ ترم‌های فازی ورودی باشند. به این ترتیب می‌توان مشکلات روش متداول را به صورت زیر بررسی کرد: اول اینکه تغییرات مقدار درجه عضویت ترم‌های ورودی، به ازای نقطه α (نقطه‌ای که می‌تواند از معادله ۳ به دست آید) ثابت، در نظر گرفته نمی‌شود. به عبارت دیگر برای ورودی قطعی (ورودی صفر در شکل ۱)، درجه عضویت در نقطه α برابر با یک می‌باشد، در حالیکه این مقدار برای ورودی‌های فازی ۱ تا ۴ برابر با ۰,۵ است. می‌بینیم که مقدار درجه انطباق با تغییرات درجات عضویت ورودی تغییری نمی‌کند و همچنان ۰,۵ باقی می‌ماند. دوم اینکه فاصله مرکز ثقل ورودی از نقطه برخورد را در نظر نمی‌گیرد. همانطور که در شکل ۱ می‌بینیم، کاملاً منطقی بنظر می‌رسد که هر چه مرکز ثقل ورودی فازی از نقطه α دورتر باشد از مقدار درجه انطباق هم کاسته شود. با توجه به شکل ۱ مشاهده می‌شود که با تغییر شکل عبارت فازی از مثلث ۱ به سمت مثلث ۴، با وجود اینکه رفته رفته فاصله مرکز ثقل ورودی از نقطه α زیاد می‌شود مقدار درجه انطباق تغییری نکرده و به ازای همه آن ورودی‌ها مقدار ۰,۵ دارد. در واقع در این روش، فاصله مرکز ثقل ورودی از نقطه α تاثیری در تعیین مقدار درجه انطباق ندارد. سومین عیب روش فوق این است که به مقدار بخشی از ورودی که در قسمت شرط قاعده صدق کرده است، توجهی نمی‌شود. ممکن است مقدار ورودی در نقطه α مقدار قابل توجهی باشد، اما تنها یک بخش بسیار کوچک از کل فضای ورودی در قاعده صدق کرده باشد. به عبارت دیگر ممکن است بخش کوچکی از کل ورودی با قسمت شرط قاعده اشتراک داشته باشد، یعنی

بخش اشتراکی ورودی و قاعده، تنها نسبت کوچکی از کل ورودی باشد. در شکل ۱ این نسبت برای مثلث شماره ۴ تنها ۰,۱۷ می‌باشد یعنی تنها ۰,۱۷ از مساحت زیر منحنی ترم ورودی شماره ۴ با قسمت شرط قاعده اشتراک دارد، در صورتی که این نسبت برای مثلث شماره ۱ مقدار ۰,۵۸ می‌باشد. همانطور که می‌دانیم با روش $\max \min$ برای تمام این ورودی‌ها درجه انطباق برابر با ۰,۵ می‌باشد. پس می‌توان گفت که روش فوق به، نسبت ناحیه اشتراکی به کل ورودی نیز هیچ توجهی نکرده و آن را در نظر نمی‌گیرد. در این بخش سه مشکل عمده از روش معمول تعیین درجه انطباق مورد بررسی قرار گرفت. در بخش بعدی یک ایده جدید معرفی می‌شود و سعی شده است تا این معایب پوشش داده شوند.

۳- درجه انطباق مساحت

با توجه به معایب روش های استنتاج فازی متداول، در این بخش یک روش تطبیقی برای استنتاج فازی پیشنهاد می‌شود نشان می‌دهیم که هر سه عیب روش متداول را برطرف می‌کند. ایده اصلی در این روش استفاده از سطح زیر منحنی‌های ترم‌های فازی ورودی و قسمت شرط قاعده است. اگر نسبت بخشی از مساحت زیر منحنی ترم فازی ورودی که در شرط قاعده صدق کرده به کل مساحت ورودی را به عنوان پارامتر و ملاک دیگری برای ارزیابی و تعیین درجه انطباق در نظر بگیریم، می‌توانیم هر سه عیب گفته شده در بخش ۲ را جبران کنیم. به عبارت دیگر قادر خواهیم بود که درجه عضویت ورودی در نقطه α ، فاصله مرکز ثقل ورودی از نقطه α و همچنین مقدار نسبت ناحیه اشتراکی بین ورودی و قسمت شرط قاعده به کل ناحیه ورودی را مدل کنیم.



شکل ۲: نسبت مساحت‌ها (H)

در شکل ۲، $A1$ مساحت ناحیه اشتراکی منحنی ترم فازی ورودی و شرط قاعده بوده و $A2$ مساحت کل ورودی

می‌باشد. در این صورت H را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$H = \frac{A_1}{A_2} \quad (2)$$

مقدار نسبت این دو مساحت با عریض تر شدن ترم فازی ورودی و در نتیجه فاصله گرفتن مرکز ثقل ترم فازی ورودی از نقطه برخورد کمتر می‌شود. بنابراین می‌تواند به عنوان معیاری برای مدل کردن این پارامترها در نظر گرفته شود. این مقادیر برای ترم‌های فازی ورودی ۴ تا ۱ و در حالت حدی برای ورودی قطعی ۰ در شکل ۱ به ترتیب برابر خواهد بود با ۰,۱۷ و ۰,۲۵ و ۰,۳۷ و ۰,۵۸ و ۰,۷۵ خواهد بود. در اینجا ورودی قطعی همان ورودی فازی در نظر گرفته شده که عدم قطعیت و ابهام آن به صفر میل کرده است. مشاهده می‌شود که این پارامتر برای ترم‌های فازی مختلف با یک نقطه برخورد (α) ثابت مقادیر مختلفی تولید می‌کند و این روند با دور شدن مرکز ثقل ترم فازی ورودی از نقطه برخورد رو به کاهش می‌گذارد. نسبت مساحت‌ها (H) به عنوان یک پارامتر دیگر می‌تواند در کنار پارامتری که از رابطه (۱) به دست می‌آید، یک ترکیب پویا و بهینه را برای درجه انطباق به دست دهد. در واقع هدف ما رسیدن به یک فرمولی است که در آن ترکیبی از H و α ظاهر شوند.

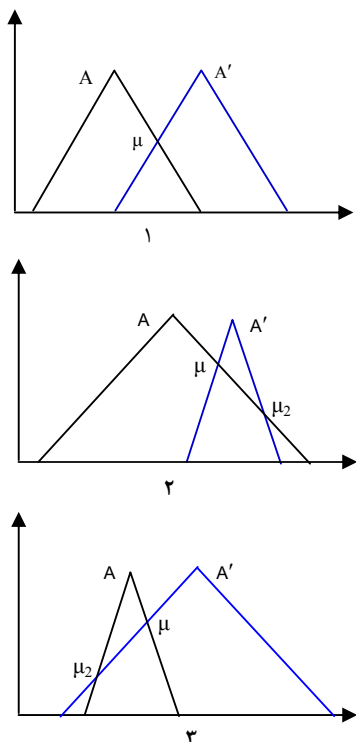
$$SMD = f(H, \alpha) \quad (3)$$

در رابطه (۳) درجه انطباق مساحت (SMD) بر اساس تابعی از H و α است. اگر ما بتوانیم رابطه‌ای خوب و منطقی برای تابع f پیشنهاد دهیم، در واقع توانسته‌ایم از مزایای ایده استفاده از نسبت مساحت‌ها برای سازگار کردن درجه انطباق با ورودی استفاده کنیم. این رابطه ضمن اینکه این مزایا را به دست می‌آورد، از منطق به کار رفته در رابطه (۱) نیز بهره می‌برد. در واقع به این طریق می‌توان مشکلات یاد شده در روش متداول را با کمک H جبران کرد و ویژگی قابلیت سازگاری را به درجه انطباق اضافه نمود. یکی از مزایای این ایده این است که f یک رابطه کلی است و می‌تواند برای کاربردهای مختلف پیشنهادات متفاوتی را برای آن ارایه داد. این پیشنهادات می‌توانند به مقادیر SMD بزرگ یا کوچک منجر شوند. همچنین این روش می‌تواند برای هر نوع ترم ورودی‌ای به کار رود. در بخش ۳ نسبت مساحت‌ها (H) برای ترم‌های فازی مثلثی ورودی که از نوع

متساوی‌الساقین باشند، در حالت‌های مختلف محاسبه شده و درجه انطباق مساحت مطابق با این نتایج برای این نوع از ترم‌های فازی ورودی پیشنهاد شده است.

۳-۱- محاسبه نسبت‌های H در سه حالت

به طور کلی ترم فازی ورودی و ترم فازی بخش شرط قاعده می‌توانند سه حالت ممکن نسبت به هم داشته باشند.



شکل ۳: سه حالت مختلف بین ورودی و بخش شرط قاعده.

شکل ۳ این سه حالت را نشان داده شده است. حالت ۱ برای وقتی که ورودی (A') و بخش شرط قاعده (A) در یک نقطه (μ) همدیگر را قطع کنند. حالت دوم برای وقتی که ورودی و بخش شرط قاعده همدیگر را در دو نقطه قطع کنند و ترم ورودی کوچکتر از ترم بخش شرط قاعده باشد. حالت سوم برای وقتی که ورودی و بخش شرط قاعده در دو نقطه همدیگر را قطع کنند و ترم ورودی بزرگتر از ترم بخش شرط قاعده باشد. نقطه برخورد بزرگتر را μ_1 و نقطه برخورد کوچکتر را μ_2 می‌نامیم.

دیگری که برای تعیین درجه انطباق به کار می‌رود، باید به گونه‌ای نرمال شود که به ازای ورودی قطعی مقدارش برابر با μ گردد. بنابراین وقتی ورودی فازی به سمت ورودی قطعی میل می‌کند، مقدار H باید به سمت μ میل کند. اگر μ را ثابت بگیریم، هر چه از سمت ورودی‌های فازی عریض به سمت ورودی قطعی حرکت کنیم، همواره نسبت مساحت‌های H به سمت H_2 رفته و نسبت H_2 هم به سمت حد بالای خود به ازای ورودی قطعی می‌رود. اثبات شده است که نسبت مساحت H در حالت حدی برابر خواهد بود با [15]:

$$\lim_{I \rightarrow 0} H = 2\mu - \mu^2 \quad (8)$$

رابطه (8) نشان می‌دهد که این حد به سمت $2\mu - \mu^2$ میل می‌کند. بنابراین وقتی ورودی فازی به سمت ورودی قطعی میل می‌کند، مقدار H باید به سمت μ میل کند. پس خواهیم داشت:

$$H \rightarrow \mu$$

$$H = 2\mu - \mu^2 \rightarrow \mu = \frac{H + \mu^2}{2} \quad (9)$$

۳-۳- پیشنهاد اول

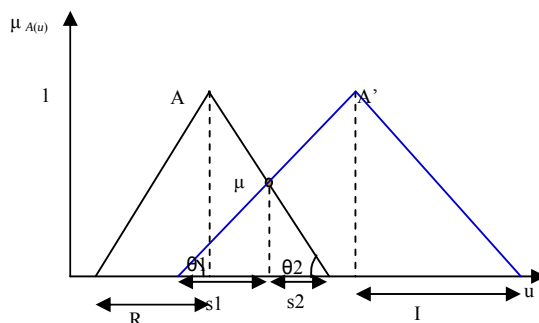
به عنوان پیشنهاد اول برای تعیین درجه انطباق مساحت، می‌توان نسبت مساحت‌های نرمال شده را مطرح کرد.

$$SMD = \frac{H + \mu^2}{2} \quad (10)$$

اگر این پیشنهاد را با رابطه (3) مقایسه کنیم، مشاهده می‌کنیم که اثر α صفر در نظر گرفته شده است. بنابراین پیشنهاد دوم را به گونه‌ای مطرح می‌کنیم که اثر هر دو پارامتر H و α در آن برابر باشد.

۳-۴- پیشنهاد دوم

برای اینکه بتوان از مزایای ترکیب این روش و روش پیشین به طور همزمان استفاده کرد، به عنوان دومین پیشنهاد میانگین پارامترهای نسبت مساحت‌های نرمال شده H و روش متداول α مطرح شده است.



شکل ۴: محاسبه H_1 برای حالت اول

اگر نصف قاعده مثلث ترم فازی بخش شرط قاعده و ورودی را به ترتیب I و R بنامیم، برای محاسبه نسبت مساحت در حالت اول از شکل ۳ یعنی H_1 با توجه به شکل ۴ خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} \cot \theta_1 &= \frac{I}{1} = \frac{S1}{\mu} \Rightarrow S1 = I\mu \\ \cot \theta_2 &= \frac{R}{1} = \frac{S2}{\mu} \Rightarrow S2 = R\mu \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\Rightarrow S1 + S2 = (I + R)\mu$$

در نتیجه با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (2) خواهیم داشت:

$$H_1 = \frac{AI}{A2} = \frac{0.5 * (S1 + S2)\mu}{0.5 * 2 * I} = \frac{0.5 * (R + I)\mu * \mu}{0.5 * 2 * I} \quad (5)$$

$$\Rightarrow H_1 = \frac{(R + I)\mu^2}{2I}$$

به طور مشابه ثابت می‌شود که نسبت‌های H_2 و H_3 برای حالت‌های دوم و سوم از روابط (6) و (7) به دست خواهند آمد [15]:

$$H_2 = \mu + \frac{(R - I)(\mu - \mu_2)\mu_2}{2I} \quad (6)$$

$$H_3 = \frac{R}{I}\mu + \frac{(I - R)(\mu - \mu_2)\mu_2}{2I} \quad (7)$$

۳-۲- نرمال کردن H با μ ثابت

مقدار انطباق برای ورودی قطعی همان درجه عضویت ترم بخش شرط قاعده به ازای آن ورودی می‌باشد [10,11]. با توجه به اینکه این مقدار از قبل توسط شخص کارشناس تعیین شده است [12,13,14]، بنابراین مقدار H یا هر پارامتر

جدول ۱- مقایسه درجه انطباق متداول و درجه انطباق‌های پیشنهاد شده برای مثلث‌های ورودی در شکل ۱.

	مثلث ۱	مثلث ۲	مثلث ۳	مثلث ۴	
α	۰,۵	۰,۵	۰,۵	۰,۵	۰,۵
پیشنهاد اول	۰,۴۲	۰,۳۱	۰,۲۵	۰,۲۱	۰,۵
پیشنهاد دوم	۰,۴۶	۰,۴۱	۰,۳۸	۰,۳۵	۰,۵

در جدول ۱ مشاهده می‌شود که مقدار α برای تمام آن ورودی‌های شکل ۱ مقدار ثابت ۰,۵ را برمی‌گرداند، اما درجه انطباق مساحت به صورت پویا و تطبیقی مقدارهای مختلفی را به ازای هر یک از ورودی‌ها به خود می‌گیرد.

با توجه به روابط (۵)، (۶) و (۷) مشاهده می‌شود که محاسبه نسبت H سربار محاسباتی، تنها به اندازه چند عمل جمع و ضرب دارد. همچنین، رابطه (۱۰) نیز، یک رابطه ساده می‌باشد. همه روابط برای محاسبه نسبت مساحت‌ها، SMD ، از درجه $O(1)$ هستند. بنابراین از نظر پیچیدگی محاسباتی، می‌توان گفت که سربار محاسبه SMD ناچیز و قابل چشم‌پوشی است و این از مزایای درجه انطباق مساحت می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله سه مشکل روش متداول Max Min برای تعیین درجه انطباق مطرح شده و مورد بررسی قرار گرفت. همچنین ایده کلی از یک روش جدید برای تعیین درجه انطباق ارائه شد که آن را درجه انطباق مساحت (SMD) نامگذاری کردیم. روش مطرح شده مبتنی بر نسبت مساحت ناحیه اشتراکی بین ورودی و قسمت شرطی قاعده به کل ناحیه ورودی است. در روش جدید علاوه بر اینکه معایب روش متداول جبران شده است، مزایایی نیز به دست آمده است. از مهم‌ترین مزایای روش جدید این است که قابلیت تطبیق‌پذیری با تغییر شکل ورودی را دارد. همچنین دو پیشنهاد برای حالتی که ورودی از نوع مثلثی متساوی الساقین باشد، ارائه شد. به دلیل کلی بودن ایده می‌توان برای کاربردهای خاص، پیشنهادات دیگری برای درجه انطباق مساحت ارائه کرد تا بتوان آن سیستم را بهتر و سریعتر همگرا کرد.

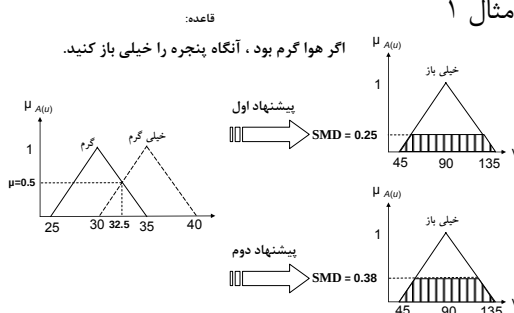
مراجع

$$SMD = \frac{\alpha + \frac{H + \mu^2}{2}}{2} = \frac{H + 2\alpha + \mu^2}{4} \quad (11)$$

۳-۵- مقایسه روش‌ها

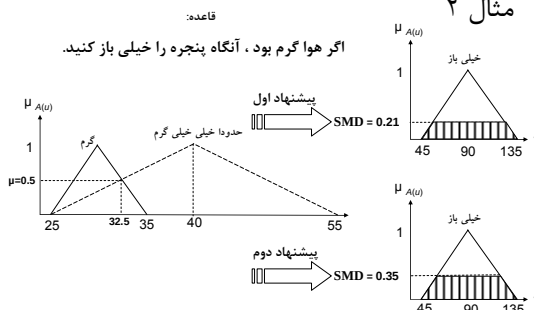
در این بخش با ارایه مثال و جدول نتایج روش‌های تعیین درجه انطباق به صورت ملموس‌تر مطرح خواهد شد.

مثال ۱



شکل ۵- درجه انطباق مساحت با پیشنهاد اول و دوم برای ورودی فازی "خیلی گرم" با مقدارهای $H=0.25$ و $\mu=0.5$ به ترتیب برابر با ۰.۲۵ و ۰.۳۸.

مثال ۲



شکل ۶- درجه انطباق مساحت با پیشنهاد اول و دوم برای ورودی فازی "حدودا خیلی گرم" با مقدارهای $H=0.17$ و $\mu=0.5$ به ترتیب برابر با ۰.۲۱ و ۰.۳۵.

در شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود که هر چه ورودی فازی مبهم‌تر و مرکز ثقل آن دورتر شود، از مقدار درجات انطباق مساحت کاسته می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که مقدارهای حاصل از پیشنهاد اول همواره کوچکتر از پیشنهاد دوم می‌باشند.

- [1] E.H.Mamdani, S.Assilian, An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *Int. J. Man-Machine Studies* 7, 1-13, 1974.
- [2] M.Sugeno, An introductory survey of fuzzy control. *Inform. Sci.* 36, 59-83, 1985.
- [3] C.C.Lee, Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, Part II, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 20, No. 2, March/April. 1990.
- [4] H.J.Zimmermann, *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, 3rd ed. Kluwer Academic Publishers, New York, 1996.
- [5] E.H.Mamdani, Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis, *IEEE Trans. Comput.*, 26, 1182-1191, 1977.
- [6] L.A.Zadeh, J.E.Hayes, D.Michie, and L.I.Kulich (eds.), *A theory of approximate reasoning, Machine Intelligence*, Vol. 9, New York, pp. 149-194, 1979.
- [7] Y.Tsukamoto, W.Gupta (ed.), *An approach to fuzzy reasoning method, Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*, North-Holland, Amsterdam, PP. 137-149, 1979.
- [8] M.Sugeno and T.Takagi, Multidimensional fuzzy reasoning, *Fuzzy Sets and Syst.*, 9, 313-325, 1983.
- [9] W.Wangming, *Equivalence of some methods on fuzzy reasoning*, IEEE, 1990.
- [10] L.A.Zadeh, Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-3, pp. 28-44, Jan. 1973.
- [11] L.A.Zadeh, K.S.Fu, K.Tanaka, and M.Shimura, Eds., *Calculus of fuzzy restrictions, Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes*, New York: Academic, 1975.
- [12] M.Mizumoto and H.Zimmermann, Comparison of fuzzy reasoning methods, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 8, pp. 253-283, 1982.
- [13] M.Mizumoto, Comparison of various fuzzy reasoning methods, in *Proc. 2nd IFSA Congress, Tokyo, Japan*, pp. 2-7, July 1987.
- [14] E.H.Mamdani, *Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers*, *Int. J. Man-Mach. Stud.*, vol. 8, pp. 669-678, 1976.
- [15] H.Alizadeh, Adaptive matching degree. Technical Report (Fuzzy Course Report)., Iran University of Science and Technology, 2007.